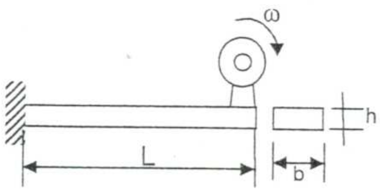
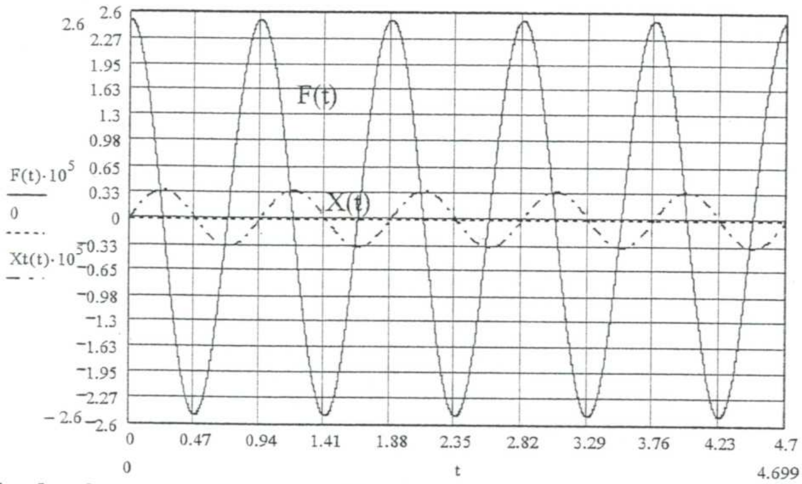
2do. Parcial Vibraciones Mecánicas MC2415

Problema 1

Un motor eléctrico de masa 80Kgr esta montado sobre una viga en voladizo, como muestra la figura. El motor está vibrando por causa de un desbalanceo (me). El gráfico muestra la excitación en [N] y la respuesta en [m] (con una amplificación de 10^5 en ambos casos).





$k_{eq}=3EI/L^3$

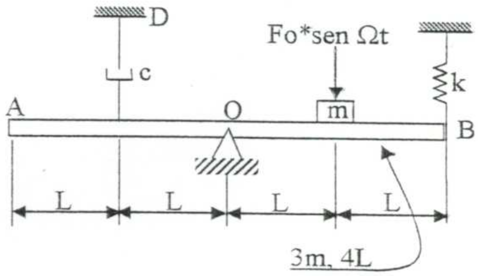
$I=bh^3/12$

Con los datos que ofrece la gráfica determinar:

1. Frecuencia de rotación de la máquina y Frecuencia natural del sistema,
2. Desbalanceo de la máquina.
3. Rigidez y amortiguación equivalente.
4. Si se varía la frecuencia de rotación de la máquina a 200rpm, determine la nueva amplitud de vibración y ángulo de desfasaje.

Problema 2

El sistema esta compuesto por una barra de longitud 4L y masa 3m, vinculada a tierra por medio de una articulación plana en su centro O, una masa m colocada a una distancia L de la articulación, un resorte colocado en el extremo B y un amortiguador colocado a una distancia L de O. Se aplica una fuerza armónica Fo sen Ωt sobre la masa m.



Si L=1m, m=2Kg, k=25000N/m, c=1200Ns/m, Fo=150N, Ω=300rad/seg, se desea conocer:

1. Amplitud de oscilación del extremo A.
2. Fuerza transmitida en la fundación D.
3. Liste las posibles soluciones para disminuir la fuerza transmitida en D.
4. Para que frecuencia de excitación se obtendría la máxima respuesta de oscilación.

SOLUCION :

Ecuación : $M\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = me\Omega^2 \cos\Omega t$

Solucion : $x(t) = \frac{me\Omega^2}{K} \cdot K_r \cos(\Omega t - \varphi) = \frac{me}{M} r^2 K_r \cos(\Omega t - \varphi)$

de la gráfica:

$F_o = me\Omega^2 = 2.5 \times 10^{-5}\, N \Rightarrow me = F_o / \Omega^2$

$\Omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \Omega = \frac{2\pi}{0.94} \Rightarrow \boxed{\Omega = 6.684 \frac{rad}{seg}}$

$\therefore me = \frac{2.5 \times 10^{-5}}{(6.684)^2} \Rightarrow \boxed{me = 5.6 \times 10^{-7}\, Kg \cdot m}$

$x_o = \frac{me}{M} r^2 K_r$ $\qquad \varphi = 90°$ (de la gráfica se ve que cuando $F(t)$ es max $x(t)$ es cero).

$\Downarrow$

$r = 1 \Rightarrow K_r = \frac{1}{2\xi}$

$\therefore x_o = \frac{me}{M} \cdot r^2 \frac{1}{2\xi} \Rightarrow \xi = \frac{me}{2Mx_o} \Rightarrow \xi = \frac{5.6 \times 10^{-7}}{2 \times 80 \times 0{,}35 \times 10^{-5}} \Rightarrow \boxed{\xi = 0{,}001}$

$\omega_n = \Omega = 6{,}68 = \sqrt{\frac{Ke}{M}} \Rightarrow Ke = \omega_n^2 M \Rightarrow \boxed{Ke = 3574{,}068 \frac{N}{m}}$

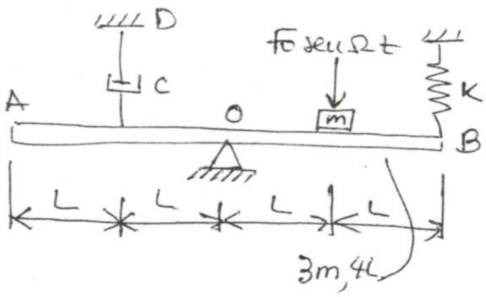
$Ce = \xi\, 2\sqrt{Ke\, Me} \Rightarrow \boxed{Ce = 1.069 \frac{Ns}{m}}$

Si $\Omega = 200\, rpm = 20{,}94 \frac{rad}{seg} \Rightarrow r = 3{,}133 \Rightarrow K_r = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} = 0{,}113$

$x_o = \frac{me\, r^2}{M} \cdot K_r = \frac{5.6 \times 10^{-7} \times (3{,}133)^2}{80} \cdot (0{,}113) = 7{,}794 \times 10^{-9}$

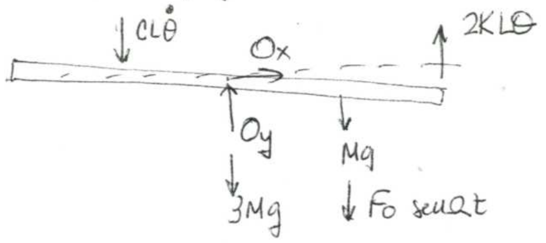
$\boxed{x_o = 7{,}794 \times 10^{-9}\, m}$ para $\Omega = 200\, rpm$.

SOLUCION PROBLEMA 2



DCL

Posicion generica para oscilaciones pequeñas



$$M_O = c\dot\theta L^2 - mgL - F_0 L\,\text{sen}\,\Omega t + 2LK(2\theta L + \delta) = \frac{1}{12}(3m)(4L)^2\ddot\theta + mL^2\ddot\theta$$

$$5mL^2\ddot\theta + cL^2\dot\theta + 4L^2K\theta + \cancel{2LK\delta - mgL} = F_0\cancel{L}\,\text{sen}\,\Omega t$$

$$\boxed{5mL\ddot\theta + CL\dot\theta + 4LK\theta = F_0\,\text{sen}\,\Omega t}$$

$$X_A = 2\theta L \qquad \theta(t) = \frac{F_0}{K_e}K_1\,\text{sen}(\Omega t - \varphi) \Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{K_e}{M_e}} \qquad r = \frac{\Omega}{\omega_n}$$

$$\Omega = 300\,\frac{rad}{seg} \qquad \omega_n = \sqrt{\frac{4LK}{5mL}} = \sqrt{\frac{4(25000)}{5(2)}} = 100\,\frac{rad}{seg} \Rightarrow \boxed{r = 3}$$

$$K_1 = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \qquad \xi = \frac{C_{eq}}{2\sqrt{K_e M_e}} = \frac{CL}{2\sqrt{4KL \cdot 5mL}} = \frac{1200}{2\sqrt{4(25000)(10)}} \Rightarrow \boxed{\xi = 0.6}$$

$$K_1 = 0,114 \qquad \theta_{max} = \frac{150}{100000} \times 0,114 = 1.71\times10^{-4}\ \text{rad.}$$

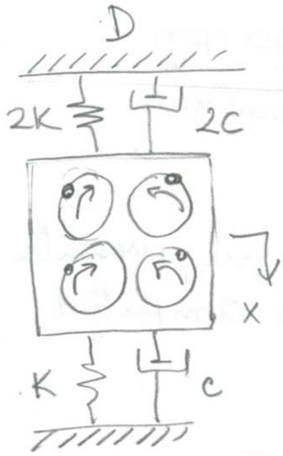
$$\boxed{X_A = 3,42\times10^{-4}\ m}$$

$$F_D = \dot\theta LC = LC\frac{F_0}{K_e}\Omega K\cos(\Omega t - \varphi) \Rightarrow |F_D| = LC\frac{F_0}{K_e}\Omega K_1$$

$$F_D = 1\times1200\times\frac{150}{10^5}\times300\times0,114 = 61,56\ N \Rightarrow \boxed{F_D = 61,56\ N}$$

$$\Omega_{crit} = \omega_n\sqrt{1-2\xi^2} = 100\sqrt{1-2(0,6)^2} \Rightarrow \boxed{\Omega_{crit} = 66,332\ rad/seg}$$

SOLUCION



$M = 180 Kgr$

$me = 0{,}045 Kgr\, m$

Velocidad	Amplitud	Desfasaje
400	0.25 mm	6.32°
900	5.00 mm	90.00°
3000	1.03 mm	177,86°

Determinar

1.- ω_n

2.- C_{eq}

3.- F_D (superficie superior)

4.- Si $400 < \Omega < 3000$ cual es la Mejor Ω para evitar grandes amplitudes

5.- Si se aumenta $\xi = 0.8$, cual es la Velocidad mas conveniente?

X… PEE

EC. DIFERENCIAL

$$M_{eq}\ddot{x} + C_{eq}\dot{x} + K_{eq}x = 4me\Omega^2 \cos\Omega t \rightarrow \boxed{X(t) = \frac{4me\Omega^2}{K_{eq}} K_v \cos(\Omega t - \varphi)}$$

Como para $\Omega = 900 \quad \phi = 90° \rightarrow \omega_n = \Omega = 900\, rpm = \frac{900 \times 2\pi}{60} =$

$$\boxed{\omega_n = 94{,}24\ rad/seg}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_{eq}}{M_{eq}}} \rightarrow K_{eq} = \omega_n^2 \times M_{eq} \rightarrow \boxed{K_{eq} = 1.598.873{,}21\ N/m}$$

$$K_v = \frac{X_{max} \cdot K_{eq}}{4me\Omega^2} = \frac{X_{max} \cdot M}{4me} = \frac{0{,}005 \times 180}{4(0{,}045)} \rightarrow K_v = \frac{1}{2\xi} = 5 \rightarrow \xi = \frac{1}{2K_v}$$

$$\boxed{\xi = 0.1}$$

$$\xi = \frac{C_{eq}}{2\sqrt{K_{eq} M_{eq}}} \rightarrow C_{eq} = \xi 2\sqrt{K_{eq} M_{eq}} \longrightarrow \boxed{C_{eq} = 3392{,}91\ \frac{Ns}{m}}$$

$$K_{eq} = 3K \rightarrow \boxed{K = 532.957{,}74\ N/m} \quad y \quad \boxed{C = 1130{,}97\ Ns/m} \leftarrow C_{eq} = 3C$$

FUERZA TRANSMITIDA A LA SUPERFICIE SUPERIOR:

$$F_D = 2C\dot{x}(t) + 2K\, X(t) = 2C\left(\frac{4me}{M_{eq}}\Omega\right) K_v \cos\Omega t - \varphi + 2K\left(\frac{4me}{M_{eq}}\right) K_v \operatorname{sen}(\Omega t - \varphi$$

$$= \frac{4me}{M_{eq}} K_v \left[2C\Omega + 2K\right] \operatorname{sen}(\Omega t - \varphi - \psi) \qquad \boxed{F_D = 639{,}55\ N}$$